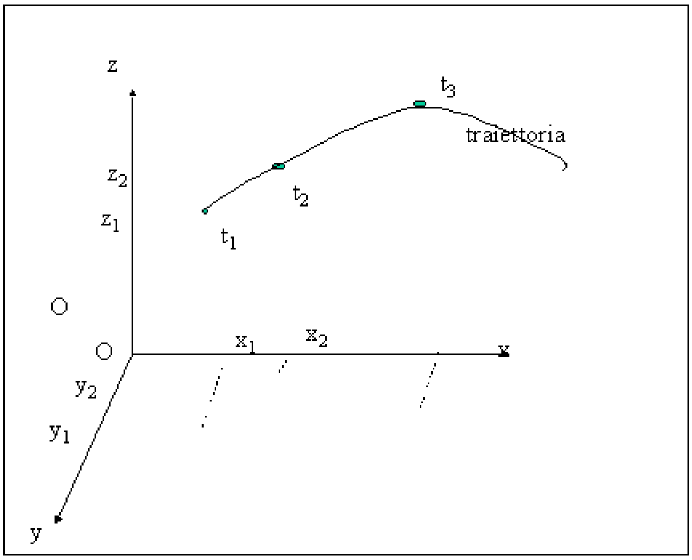
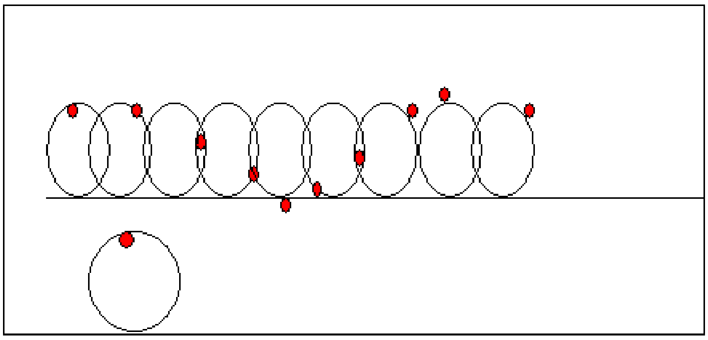
IL MOVIMENTO DEI CORPI .

Il moto e i sistemi di riferimento [INDICE]

Per studiare i movimenti di un corpo dobbiamo prenderne un altro rispetto a cui calcolare la posizione . Io mi muovo nell'aula se la mia posizione rispetto all'aula cambia nel tempo, sto fermo se la mia posizione nel tempo non cambia. Per definire la mia posizione rispetto all'aula devo misurare la mia distanza da due pareti e dal pavimento (x,y e z).Se vario il corpo rispetto al quale misuro la posizione cambia anche il tipo di movimento. Un passeggero seduto su un treno è fermo rispetto al treno (la sua posizione rispetto al vagone non muta) è in moto rispetto al suolo(la sua posizione rispetto al suolo cambia nel tempo). Non esiste cioè il moto in assoluto, ma solo il moto relativo ad un altro corpo che si prende come riferimento, in quanto le posizioni possono essere definite solo dando le distanze da un corpo di riferimento. Al corpo di riferimento si collega un sistema di assi cartesiani (X, Y e Z) e la posizione del punto P occupato dal corpo è individuata dalla terna di coordinate cartesiane x , y e z che sono le rispettive distanze dall'origine degli assi delle proiezioni di P su X, Y e Z (o le distanze dal piano YZ,XZ e XY).

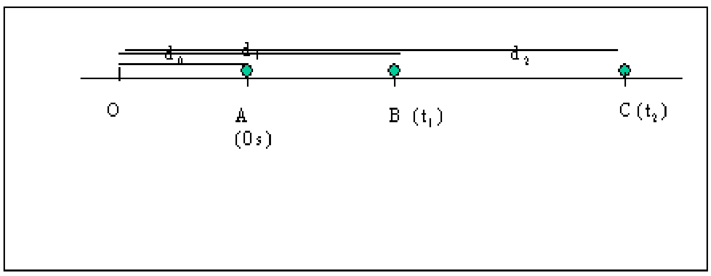


La traiettoria è l'insieme delle posizioni occupate dal corpo nel suo movimento. Siccome le posizioni dipendono dal sistema di riferimento, cambiando quest'ultimo, varia anche la traiettoria. L'esempio classico è quello della traiettoria , descritta da un punto del copertone di una bicicletta. Se infatti come riferimento si prende il mozzo della ruota la traiettoria è una circonferenza, se invece consideriamo come riferimento il suolo la traiettoria è il cosiddetto cicloide.



MOTI RETTILINEI.

Tutti i movimenti che hanno come traiettoria una retta vengono detti rettilinei: In essi resta immutata nel tempo la direzione. Per poter descrivere tali movimenti, poiché la posizione del corpo coincide sempre con un punto della retta che rappresenta la traiettoria, è opportuno prendere sulla retta un punto O (origine della retta) e dare la posizione A del corpo al tempo t, misurando la distanza del punto A da O .



La posizione del corpo al tempo 0s è data dalla misura del segmento OA d_0, quella al tempo t1 dalla misura del segmento OB d_1 , quella al tempo t_2 da d_2 OC e così di seguito. Il moto sarà conosciuto quando possiamo avere la tabella oraria che mette in corrispondenza ad ogni tempo la relativa distanza.

t(s)	d(m)
0	1
1	3
2	4
3	8
4	11
5	11,5
6	12
7	20
8	25
9	28
10	29
11	40
12	50

Tabella oraria

Grafico orario

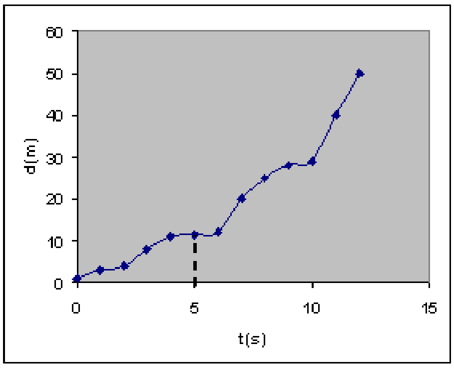


Fig 1

GRAFICO ORARIO.

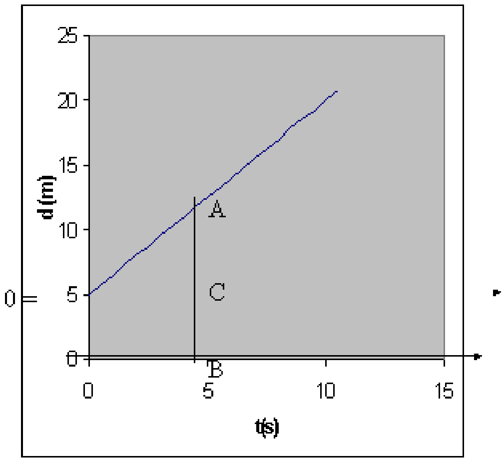
Dalla tabella oraria possiamo passare al grafico orario che ci dà visivamente l’andamento della variazione della distanza al variare del tempo. Si prende un sistema di assi cartesiani. Sull’asse delle X ascissa si riportano i tempi, su quello della Y ordinata le distanze. Ad ogni coppia di valori (t e d) , coordinate, corrisponde sul grafico un punto. L’unione di questi vari punti ci dà una curva che esprime come varia la distanza al variare del tempo fig 1.

Il grafico ci permette di conoscere ad ogni tempo t qual’è la relativa distanza e quindi la posizione del corpo. Se vogliamo sapere la posizione del corpo al tempo 5s, si individua sull’asse dei tempi il valore 5s e da questo punto si traccia la perpendicolare all’asse t fino ad incontrare la curva. La misura del segmento così ottenuto con le unità dell’asse d ci dà la distanza del corpo al tempo 5s. (11,5m).

MOTO UNIFORME.

Esaminiamo la tabella e il grafico orario seguente.

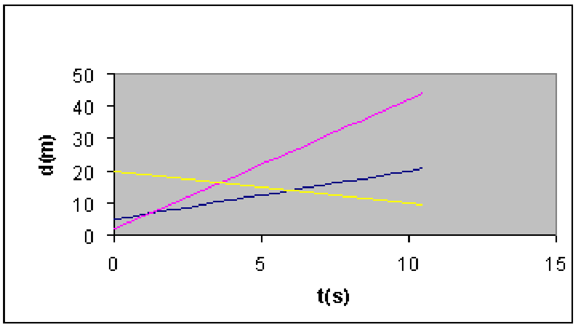
t(s)	d(m)
0	5
0,5	5,75
1	6,5
1,5	7,25
2	8
2,5	8,75
3	9,5
3,5	10,25
4	11
4,5	11,75
5	12,5
5,5	13,25
6	14
6,5	14,75
7	15,5
7,5	16,25
8	17
8,5	17,75
9	18,5
9,5	19,25
10	20
10,5	20,75



$\frac{s}{t}$ = cost= v

AB=d; BC=d_0; AC=d-d_0=s

Il grafico è una retta. Se spostiamo l'asse dei tempi da 0 a 5m (il nostro d_0) , poniamo lo zero dell'asse verticale a 5m, la misura dei segmenti verticali che dal nuovo asse dei tempi intersecano il grafico rappresentano la differenza fra d, la misura dei segmenti verticali che partono dall'originario asse dei tempi e intersecano lo stesso grafico, e d_0, la distanza fra i due assi. Il grafico , così ottenuto, riporta sull'asse verticale non la distanza OB della posizione del corpo al tempo t dal punto O origine della retta, ma AB,la distanza dello stesso punto da A, posizione del corpo al tempo 0s. Tale segmento rappresenta lo spazio percorso dal corpo nell'intervallo di tempo t. Il grafico di s=d-d_0 (spazio percorso) e t è una retta passante dall'origine degli assi e le due grandezze sono direttamente proporzionali e il loro rapporto è costante. Quindi s/t=(d-d_0)/t ci dà una costante. Questo rapporto rappresenta lo spazio percorso dal corpo in un secondo ed è la velocità. L'unità di misura di questa grandezza nel sistema internazionale è m/s. Il moto esaminato percorre ad ogni secondo sempre lo stesso spazio (velocità costante) ed è perciò detto uniforme. Se il corpo al tempo t1=t si trova in A al tempo t2= 2t si troverà in un punto B tale che O'B=2*O'A e perciò O'A/t1=O'B/t2
Due moti uniformi che avranno velocità diversa saranno rappresentati nel grafico con due rette con pendenza diversa. A velocità maggiore corrisponde pendenza maggiore, se le rette sono parallele le velocità saranno eguali, se la retta ha pendenza negativa, la retta scende verso l'asse dei tempi,la velocità sarà negativa e il corpo invece di allontanarsi da O si avvicina ad O.

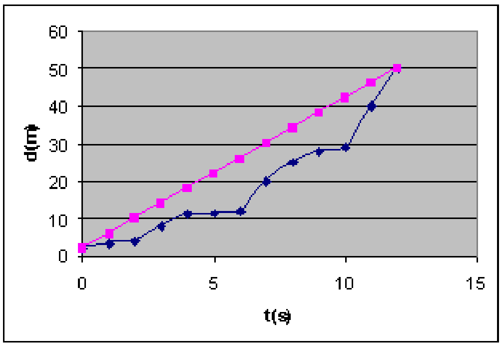


La linea rossa ha una pendenza maggiore della nera e perciò rappresenta un moto con velocità maggiore. La retta gialla ha una pendenza verso il basso, la velocità sarà negativa, le distanze da O diminuiscono. I punti in cui i grafici si intersecano rappresentano i tempi in cui i corpi si troveranno nella stessa posizione, avranno eguale distanza da O.Ogni moto uniforme è caratterizzato da un certo valore di velocità. La conoscenza della velocità è del tutto sufficiente per conoscere il movimento. Infatti il prodotto v*t rappresenta lo spazio percorso nel tempo t, il segmento O'A . Per sapere la distanza da O (segmento OA) ad O'A dobbiamo aggiungere OO' d_o . Quindi **(1)** **$d=d_o+v*t$** ci permetterà, una volta noti v e d_o, di calcolare a qualsiasi tempo t la relativa distanza e quindi la posizione del corpo.

Ad esempio se v=3m/s e d_o=10m, d=10m+3m/s*t. Se voglio la posizione al tempo 2s sostituiamo a t il valore 2s; d=10m+3m/s*2s=10m+6m=16m. La 1 è chiamata equazione oraria del moto rettilineo uniforme.

MOTO VARIO, VELOCITA' MEDIA E VELOCITA' ISTANTANEA.

t(s)	d(m)
0	2
1	3
2	4
3	8
4	11
5	11,5
6	12
7	20
8	25
9	28
10	29
11	40
12	50



$$V_{media} = \frac{50m-2m}{12s} = 4m/s$$

$$d_5 = 2m+4m/s*5s=22m$$

Riprendiamo in considerazione la tabella e il grafico di un moto non uniforme, vario.La curva blu rappresenta il grafico del moto vario, la retta rossa il grafico di un moto uniforme con la stessa posizione iniziale e finale.In questo caso, a differenza del moto uniforme, se prendiamo l'intero intervallo di tempo di 12s e calcoliamo lo spazio percorso (50m-2m=48m) , facendo s/t=48m/12s=4m/s, otteniamo la velocità media che rappresenta la velocità costante che avrebbe dovuto tenere il corpo per percorrere i 48 m in 12s in modo uniforme. Tale valore di velocità ha poco significato perché non ci permette di calcolare la posizione del corpo in un tempo qualsiasi compreso fra 0 e 12s. Infatti se usiamo questo valore di velocità per calcolare la posizione del corpo a 10s, otteniamo d=2m+4m/s*10s= 42m che non è la distanza reale del corpo a 10s. Infatti come si può evincere dalla tabella o dal grafico la distanza a 10s è 29m. La conoscenza di tale velocità è perciò poco significativa, in quanto nei 12 intervalli di tempo di 1s il corpo percorre spazi diversi e avrà perciò velocità diverse. Molto meglio per la conoscenza del moto è sapere la velocità in ogni intervallo di tempo, facendo il rapporto fra lo spazio Δs percorso nell'intervallo e il valore dell'intervallo Δt; $\Delta s / \Delta t = v$ velocità nell'intervallo.

Nint	Δs(m)	Δt(s)	v(m/s)
1	1	1	1
2	1	1	1
3	4	1	4
4	3	1	3
5	0,5	1	0,5
6	0,5	1	0,5
7	8	1	8
8	5	1	5
9	3	1	3
10	1	1	1
11	11	1	11
12	10	1	10

$d_5 = v_1 \Delta t_1 + v_2 \Delta t_2 + v_3 \Delta t_3 + \ldots..$

$\Delta t_1 + \Delta t_2 + \ldots\ldots = 5s$

$= 2m + 1m/s*1s + 1m/s*1s + 4m/s*1s + 3m/s*1s + 0.5m/s*1s = 11.5m$

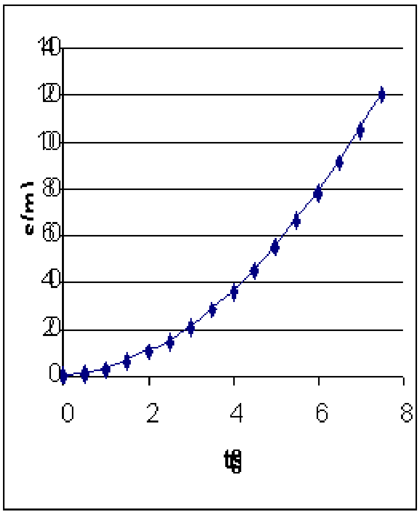
Se voglio conoscere la posizione del corpo a 5,5s mi calcolo i Δs percorsi nei singoli intervalli fino a 5,5 s, moltiplicando $v_i * \Delta t_i$ e quindi faccio la somma e so lo spazio percorso.

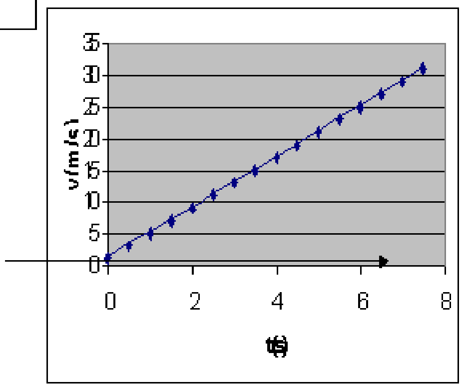
La conoscenza del movimento sarà tanto migliore quanto più piccolo sarà il valore dei singoli intervalli di tempo Δt. Le velocità calcolate nei singoli intervalli saranno le velocità istante per istante se Δt tende a zero(diventa sempre più prossimo a zero). Nel moto vario bisogna perciò conoscere ad ogni istante la posizione e la velocità del corpo. La tabella oraria avrà perciò tre colonne t,d e v. Al variare di t varia anche v e da tale tabella possiamo avere due grafici orari s,t che ci indica la variazione di s al variare di t ev,t che ci dà la variazione di v al variare sempre di t.

MOTO UNIFORMENTE ACCELERATO.

Esaminiamo la seguente tabella e i grafici di un moto vario

t(s)	s(m)	v(m/s)
0	0	1
0,5	1	3
1	3	5
1,5	6	7
2	10	9
2,5	15	11
3	21	13
3,5	28	15
4	36	17
4,5	45	19
5	55	21
5,5	66	23
6	78	25
6,5	91	27
7	105	29
7,5	120	31

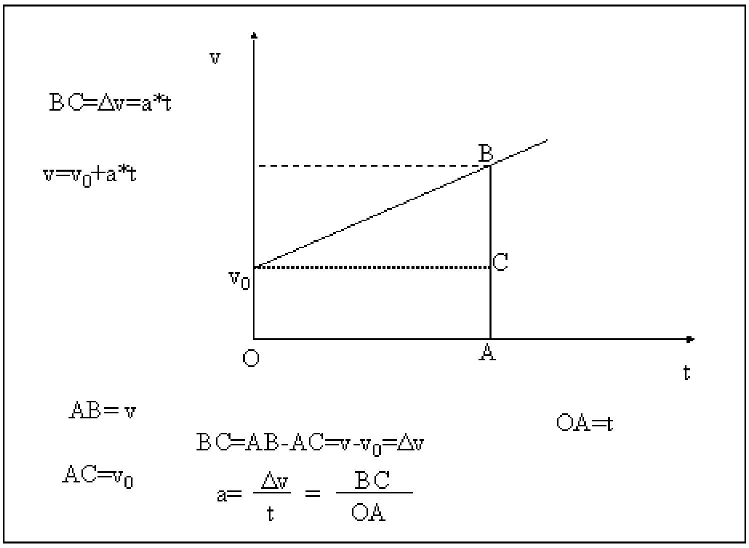




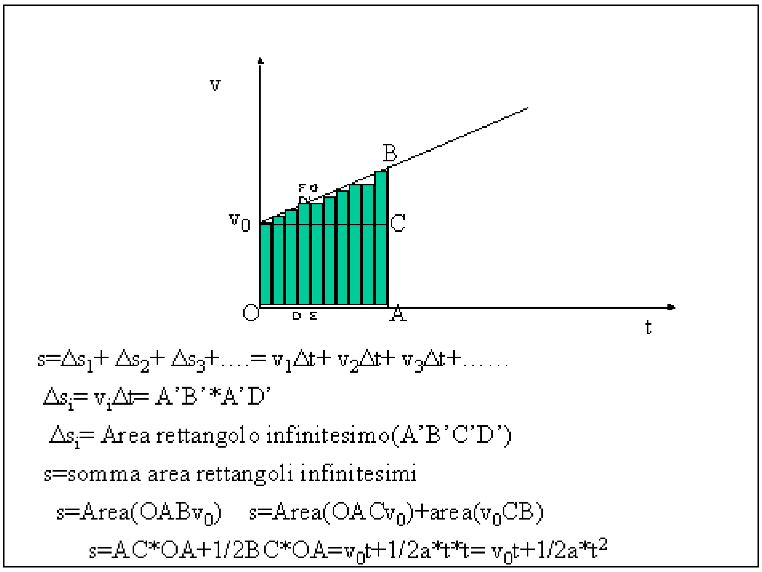
Il grafico di v in funzione di t è una retta che parte dal valore v_0 che è la velocità del corpo al tempo 0s .

La velocità varia al variare di t in modo uniforme, ad ogni secondo cambia sempre della stessa quantità. Se l'asse dei tempi lo spostiamo da zero a v_0, sull'asse verticale avremo $v- v_0$. Il grafico di $\Delta v=v- v_0$ e t è perciò una retta passante dall'origine degli assi e le due grandezze sono direttamente proporzionali.Il loro rapporto $\Delta v/t=(v- v_0)/t$ è costante. Tale rapporto rappresenta la variazione di velocità che avviene ad ogni secondo ed è chiamata accelerazione, ed ha come unità di misura m/s^2. Dire che $a=2m/s^2$ vuol dire che in un secondo la velocità varia di 2m/s. Il moto che ha tali caratteristiche si chiama uniformemente accelerato, in quanto la velocità varia ad ogni secondo sempre della stessa quantità. La grandezza caratterizzante tale tipo di moto è l'accelerazione che si calcola a= $\Delta v/t=(v- v_0)/t$.

La conoscenza di a ci permette di risalire al valore della velocità ad un istante t qualsiasi. Infatti a*t rappresenta la variazione di velocità Δv avvenuta nell'intervallo di tempo t (il segmento BC del grafico). Per sapere la velocità al tempo t (segmento AB del grafico) a Δv= a*t dobbiamo aggiungere la velocità iniziale v_0 (segmento AC del grafico). AB=AC+BC v= v_0+a*t.



Conoscendo a possiamo calcolare anche lo spazio percorso nel tempo t e quindi la posizione del corpo a tale tempo.

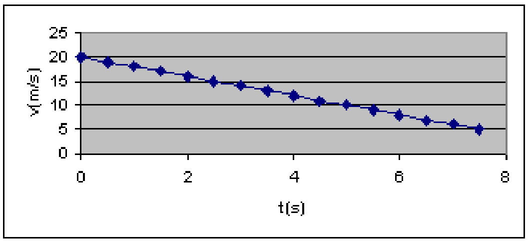


Se si prende l'intero tempo OC e lo si divide in tanti intervalli di tempo Δt prossimi a zero (DE), in ognuno il moto può essere considerato uniforme con una velocità v_i (DF) e lo spazio percorso Δs_i sarà v_i* Δt =DF*DE(area del rettangolo DEFG). Lo spazio percorso in tutto il tempo t è la somma dei vari Δs_i. Tale somma sul grafico è la somma dei vari rettangoli, che coincide con la superficie del trapezio OABV$_o$,se n tende ad infinito. Quindi s=sup(OACV$_o$)+sup(BCV$_o$)= AC*OA+1/2CB*OA= v_o*t+1/2a*t*t= **v_o*t+1/2a*t^2**

Infatti il segmento OA rappresenta il tempo t, il segmento AC v_o velocità iniziale e il segmento BC=AB-AC la variazione di velocità $\Delta v=v-v_o=a*t$.

Come si vede conoscendo a possiamo calcolarci a qualsiasi istante t sia la velocità $v=v_o+a*t$, sia lo spazio percorso $s=v_o*t+1/2*a*t^2$ e perciò il moto è perfettamente noto. Se il grafico v,t è una retta con pendenza verso il basso, la velocità diminuisce e l'accelerazione sarà negativa $v<v_o$, quindi $\Delta v<0$. In questo caso a avrà verso opposto a v e il moto viene anche chiamato uniformemente ritardato. Quando nelle formule andiamo a sostituire a dobbiamo considerarlo negativo e la somma diventa una differenza aritmetica.

v_0=5m/s; a=-2m/s^2 ; v=5m/s+(-2m/s^2)*t=5m/s-2m/s^2*t



s=5m/s*t+1/2(-2m/s^2)*t^2=5m/s*t-1/2*2m/s^2*t^2