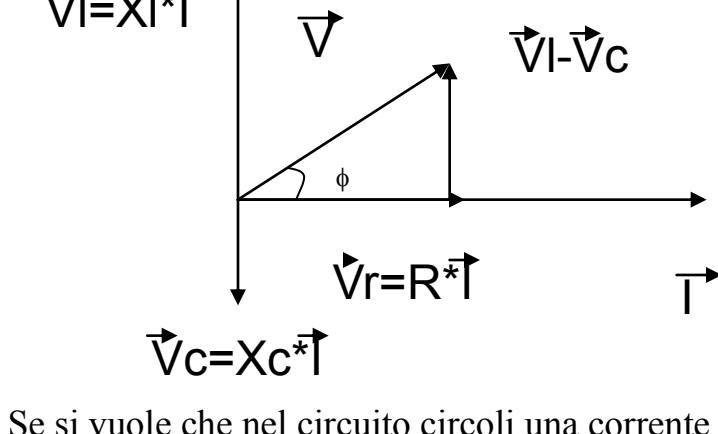
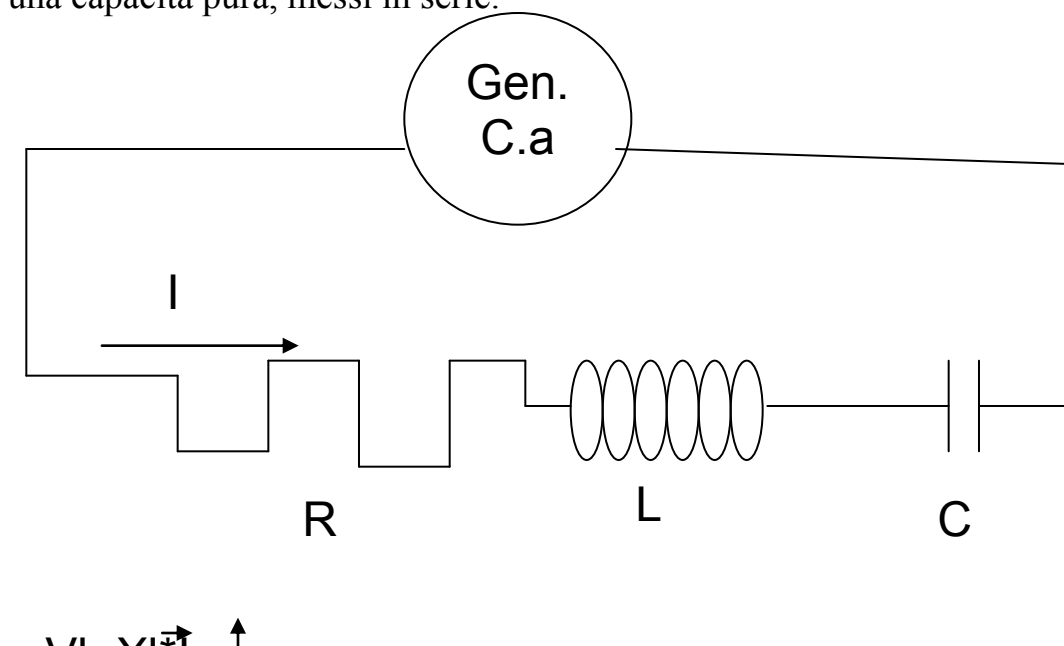


I circuiti reali in corrente alternata presentano sia l'effetto resistivo, sia quello induttivo sia infine il capacitivo. Per potere studiare la relazione fra tensione e corrente conviene pensare che essi siano formati da una resistenza pura (priva di effetti induttivi e capacitivi), da una induttanza pura e da una capacità pura, messi in serie.



Se si vuole che nel circuito circoli una corrente alternata  $I$ , si deve fornire al circuito una tensione che vinca la tensione ai capi della resistenza più quella ai capi della capacità e della induttanza. La tensione ai capi di  $R$  è una d.d.p. alternata di frequenza eguale alla corrente ed in fase con  $i$ . Se  $i$  è rappresentato da un vettore ruotante con velocità angolare  $\omega = 2\pi \cdot f$  e modulo  $I$  (pari al valore efficace),  $V_r$  sarà eguale ad un vettore parallelo ad  $I$  di modulo  $R \cdot I$ . La tensione capacitiva è anche essa alternata con frequenza pari ad  $i$ , ma sfasata di 90 gradi in ritardo rispetto ad  $i$ .  $V_c$  sarà perciò rappresentato da un vettore che forma un angolo di 90 gradi in senso orario rispetto ad  $I$  e di modulo eguale a  $X_c \cdot I$ . La tensione ai capi della induttanza sarà alternata ma 90 gradi in anticipo.  $V_l$  sarà perciò rappresentato da un vettore che forma un angolo di 90 gradi in senso antiorario rispetto ad  $I$  e di modulo  $X_l \cdot I$ . La tensione del generatore è istante per istante la somma di queste tre tensioni e sarà rappresentata da un vettore che si ottiene facendo la somma dei tre vettori tensione. Se  $X_l > X_c$  sarà  $V_l > V_c$  e  $V$  sarà un vettore in anticipo di un angolo  $\phi$  rispetto ad  $I$ . Il modulo di  $V$  si ottiene applicando il teorema di Pitagora al triangolo formato dai vettori  $V_r$ ,  $V_l - V_c$  e  $V$ .

$$V = \sqrt{V_r^2 + (V_l - V_c)^2} = \sqrt{R^2 \cdot I^2 + (X_l - X_c)^2 \cdot I^2}$$

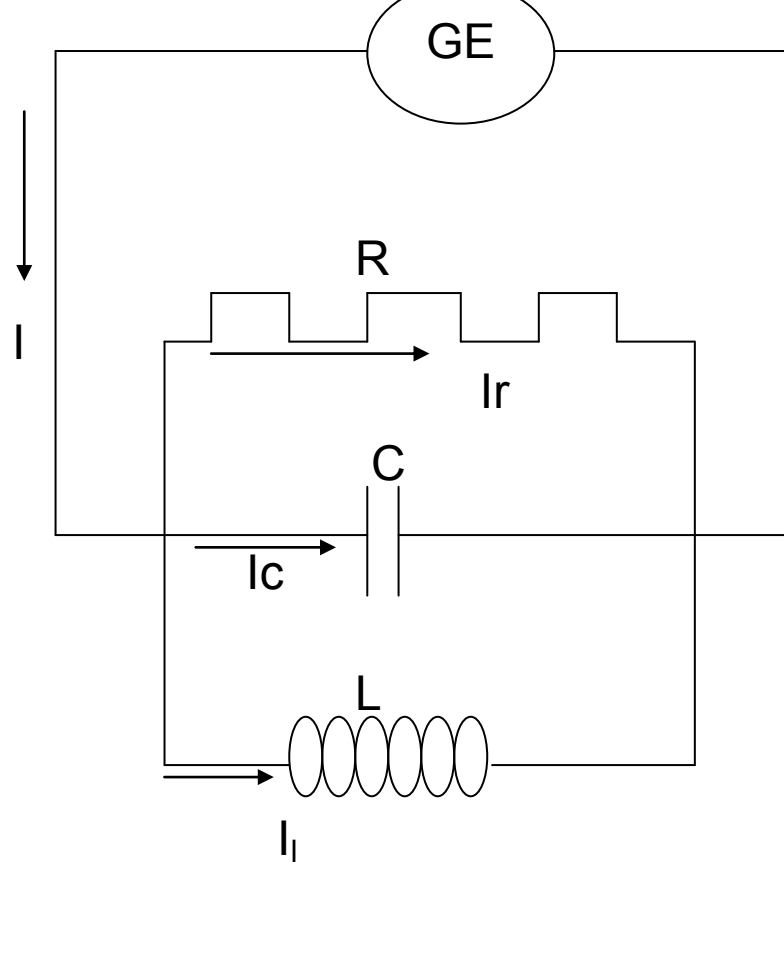
$$V = I \cdot \sqrt{R^2 + (X_l - X_c)^2} = Z \cdot I \quad \text{con } Z = \sqrt{R^2 + (X_l - X_c)^2}$$

$Z$  prende il nome di impedenza e la precedente è la legge di Ohm per i circuiti a corrente alternata. Si noti che al posto della sola  $R$  in c.a. si usa l'impedenza  $Z$ .

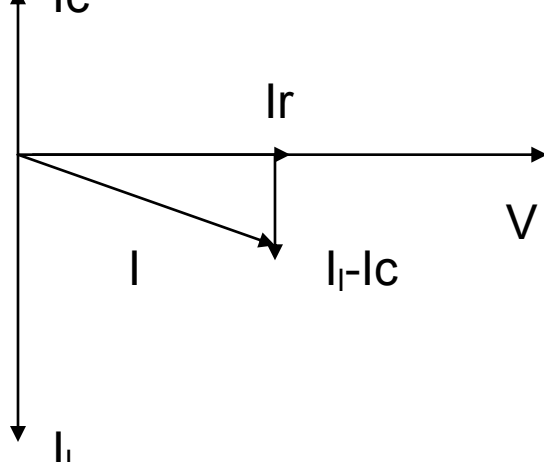
L'angolo di sfasamento  $\phi$  si può ottenere calcolando dal triangolo dei vettori o il coseno o la tangente dell'angolo.

$$\cos \phi = \frac{V_l - V_c}{V} = \frac{(X_l - X_c) \cdot I}{Z \cdot I}$$

Alla stessa conclusione si giunge se si immagina i tre componenti puri in parallelo fra di loro (vedi figura).



La tensione  $v$  alternata dà luogo a tre correnti che sommate fra di loro danno la corrente che circola nel circuito reale. Nel ramo resistivo circola una corrente che è in fase con la tensione  $v$ .  $I_r$  sarà rappresentato da un vettore che ha la stessa direzione e verso di  $V$  e il cui modulo è  $V \cdot G$  (con  $G = I_r / V$  costante che dipende dal circuito chiamata conduttanza). Nel ramo capacitivo circola una corrente che è in anticipo di fase di 90 gradi rispetto a  $v$ .  $I_c$  è perciò un vettore che forma un angolo di 90 gradi in senso antiorario rispetto a  $V$  e il cui modulo è  $V \cdot B_c$  (con  $B_c = I_c / V$  costante che dipende dal circuito chiamata suscettanza capacitiva). Nel ramo induttivo la corrente è in ritardo di 90 gradi rispetto alla tensione  $v$ .  $I_l$  sarà un vettore che forma un angolo di 90 gradi in senso orario rispetto a  $V$  il cui modulo è  $V \cdot B_l$  (con  $B_l = I_l / V$  costante che dipende dal circuito e chiamata suscettanza induttiva). La corrente totale è istante per istante la somma delle tre correnti e sarà rappresentata da un vettore  $I$  che è la somma vettoriale dei tre vettori corrente.



La corrente  $I$  è in ritardo di fase rispetto a  $V$  di un angolo  $\phi$  e il suo modulo si può ottenere applicando il teorema di Pitagora al triangolo dei vettori delle correnti

$$I = \sqrt{G^2 \cdot V^2 + (B_l - B_c)^2 \cdot V^2}$$

ponendo

$$B_l - B_c = B$$

$$I = V \cdot \sqrt{G^2 + B^2}$$

Sappiamo che la stessa corrente è data da:

$$I = \frac{V}{Z} = \frac{V}{\sqrt{R^2 + X^2}}$$

Perciò:

$$\frac{1}{\sqrt{R^2 + X^2}} = \sqrt{G^2 + B^2}$$

Razionalizzando sarà:

$$\frac{\sqrt{R^2 + X^2}}{R^2 + X^2} = \sqrt{G^2 + B^2}$$

Elevando al quadrato primo e secondo membro

$$\frac{(\sqrt{R^2 + X^2})^2}{(R^2 + X^2)^2} = G^2 + B^2$$

$$\frac{R^2}{(R^2 + X^2)^2} + \frac{X^2}{(R^2 + X^2)^2} = G^2 + B^2$$

Da questa relazione si ottengono i valori di  $G$  e  $B$  in funzione di  $R$  e  $X$

$$G = \frac{R}{Z} \quad B = \frac{X}{Z}$$